Prof. Dr. Alfred Toth

Menningers „haftende Zählreihe“

1. „Tolle numerum omnibus rebus, et omnia pereunt” (Isiorus von Sevilla, um 600). Hier wird also im Gegensatz zu dem häufig falsch (nämlich rein quantitativ) interpretierten, Pythogras zugeschriebenen, Bonmot „Alles ist Zahl“ nicht die Identität aller Gegenstände mit der Zahl, auch nicht einmal ihre Reduzibilität auf den Zahlbegriff, behauptet, sondern das „Anhaften“ eines merkwürdigen Phänomens, Zahl genannt, an den Objekten. Damit hat die Zahl also weder Objekt- noch Zeichenstatus (denn im ersten Falle würde sie die Welt der Objekte verdoppeln, im zweiten Falle ebenfalls, indem sie sie durch Kopien ersetzte), und das kann es nach dem Satz vom Ausgeschlossenen Dritten ja in unserer zweiwertigen aristotelischen Logik nicht geben, d.h. die „Haftung“ bzw. „Anhaftung“ der Zahl an den Objekten bedarf genauerer Untersuchungen. Dramatischer ist es beim Hl. Isidor: dort scheinen die Zahlen geradezu die Nerven oder Blutbahnen der Objekte zu sein, denn letztere gehen zugrunde, wenn ihnen erstere entzogen werden. Was sowohl bei Isidor wie bei Menninger gemeint ist, scheint zu sein, dass die Zahlen den Objekten inhärent sind. Was also sind Zahlen?

2. Statt Kardinalzahlen wie üblich als Anzahlklassen (bzw. Äquivalenzklassen bzgl. der Gleichmächtigkeit) und Ordinalzahlen als isomorphe Anzahlklassen einzuführen, sollte man sie direkt relational definieren. Dies kann man entweder direkt oder vom Klassenkalkül her. Weil das Zeichen durch Bense (1979, S. 53, 67) mengentheoretisch definiert worden war, wählen wir den letzteren Weg:

$[a] := \hat{x}, x \equiv a$

$[a, b] := [a] \cup [b] \wedge a \not\equiv b$

$[a, b, c] := [a] \cup [b] \cup [c] \wedge a \not\equiv b, b \not\equiv c, a \not\equiv c$

Nun können wir direkt abgekürzt definieren:

$1 := \hat{K}, \exists x.\ K = [x]$

$2 := \hat{K}, \exists xy.\ K = [x, y], x \not\equiv y$

$3 := \hat{K}, \exists xyz.\ K = [x, y, z], x \not\equiv y, y \not\equiv z, c \not\equiv z,$

Unter zusätzlicher Definition von

$[a] := \hat{x}, x \not\equiv x.$

bekommen wir dann

${}^0R := \emptyset$

${}^1R := \{\emptyset\}$

${}^2R := \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

${}^3R := \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}.$

Das ist nun nichts anderes als die Einführung der natürlichen Zahlen plus 0, d.h. der Peano-Zahlen, durch die Wiener-Kuratowskischen Paarmengen. Da nach Bense (1980) auf dieser Basis die Peirceschen Fundamentalkategorien definiert werden, haben wir

${}^0R := \emptyset \equiv \Omega$

${}^1R := \{\emptyset\} \equiv M$

${}^2R := \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \equiv O$

${}^3R := \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \equiv I$

Eine Kardinalzahl ist also nichts anderes als die n-adizität einer n-adischen Relation, eine Ordinalzahl die n-adische Relation selbst. Ferner ist jede Ordinalzahl mit einer n-adischen Relation mod 3 identisch, da sich nach Peirce n-adische Relationen für n > 3 auf triadische Relationen reduzieren lassen. Z.B. ist also eine

29-adische Relation Peirce-äquivalent mit einer 3-adischen plus einer 2-adischen Relation. Da Zahlen also Relationen sind, „haften“ bzw. „inhärieren“ sie Objekten, indem sie die Ordnung zwischen ihnen festlegen. Nimmt man die Ordnung weg, so bleiben die Anzahlen übrig. Ja sich jede Relation auf eine 3-adische Relation, d.h. eine Zeichenrelation, zurückführen lässt, inhäriert der Zeichenbegriff also dem Relationsbegriff. Was Relation ist, kann damit auf Zeichen zurückgeführt werden. (Das Umgekehrte ist selbstverständlich per definitionem Artis Semioticae richtig.) Die Äquivalenz von Zeichen und Zahl wurde nicht wie hier von der Mathematik aus, sondern von der Semiotik aus bereits von Bense (1992) gefunden, indem jedes Zeichen qua Eigenrealität auch eine Zahl ist und jede Zahl qua Eigenrealität auch ein Zeichen ist. Ein Zeichen ist somit nichts anderes als eine n-adische Relation, die in ihrem Nachbereich auf n = 3 begrenzt ist, während dies bei einer Zahl selbstverständlich nicht der Fall ist.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Einführung der Primzahlen. In: Ars Semeiotica III/3, 1980

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Menninger, Karl, Zahlwort und Ziffer. Göttingen 1958

5.9.2010